

CORSO DI STATICA E SCIENZA DELLE COSTRUZIONI

A.A. 2017-2018

Prova scritta in aula del 03.07.2018

Parte II - Testo 1

CdS Edilizia ☐

CdS AdC ☐

CdS SdA ☐

Nota: I risultati numerici vanno riportati a penna su questo stesso foglio, nei riquadri predisposti; i calcoli (in forma ordinata) vanno allegati sui soli fogli a quadretti che sono stati forniti.

Allievo:.....e-mail:..... Matricola:.....

Esercizio n. 1 (17 punti)

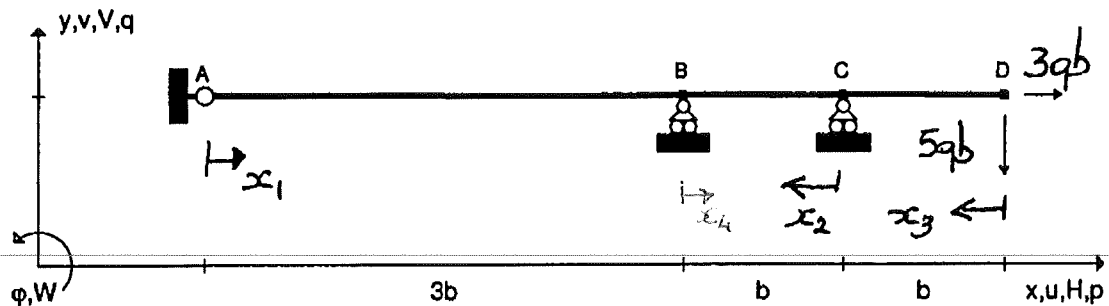
Risolvere mediante il Principio dei Lavori Virtuali (PLV) la struttura iperstatica riportata in Figura, assumendo, come incognita iperstatica, il momento flettente sull'appoggio di continuità B , M_B . Dopo avere determinato l'iperstatica *tenendo conto solo della deformabilità flessionale*, calcolare le reazioni vincolari, le azioni interne e tracciare nello spazio predisposto nella pagina a fronte i corrispondenti grafici.

Calcolare infine, riapplicando il PLV, lo spostamento verticale del punto D , v_D .

Si rammenta che il diagramma del momento flettente va riportato dalla parte delle fibre tese.

Universita' di Cagliari

SdC_SdA 03.07.18*001



Esercizio n. 2 (7 punti)

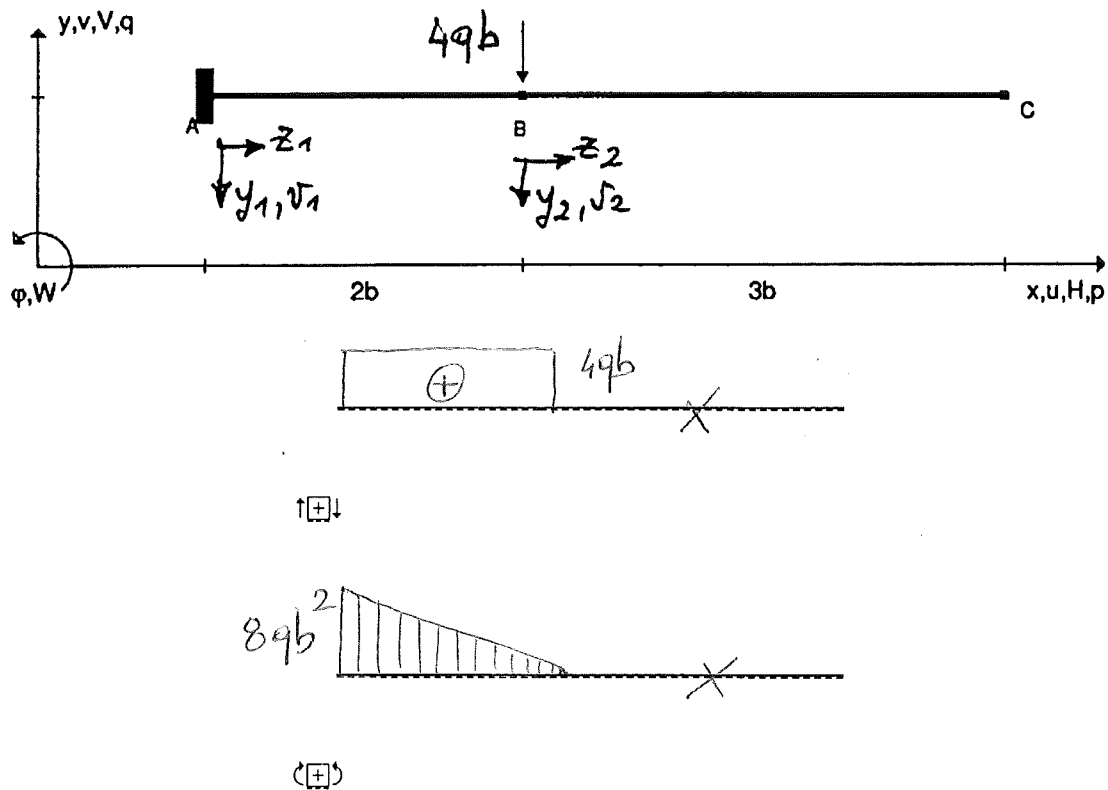
Per la struttura *isostatica*, indicata in Figura, determinare le reazioni vincolari e l'espressione delle azioni interne, nonché le condizioni al contorno imposte dai vincoli nei punti A, B e C.

Utilizzare quindi l'equazione della linea elastica per determinare:

1. La deformata della linea d'asse, $v(z) = v_1(z_1) \cup v_2(z_2)$;
2. La sua derivata prima, $v'(z) = v_1'(z_1) \cup v_2'(z_2)$;
3. Lo spostamento verticale del punto C, v_C ;
4. La rotazione del punto B, θ_B .

Università' di Cagliari

SdC_SdA 03.07.18*001



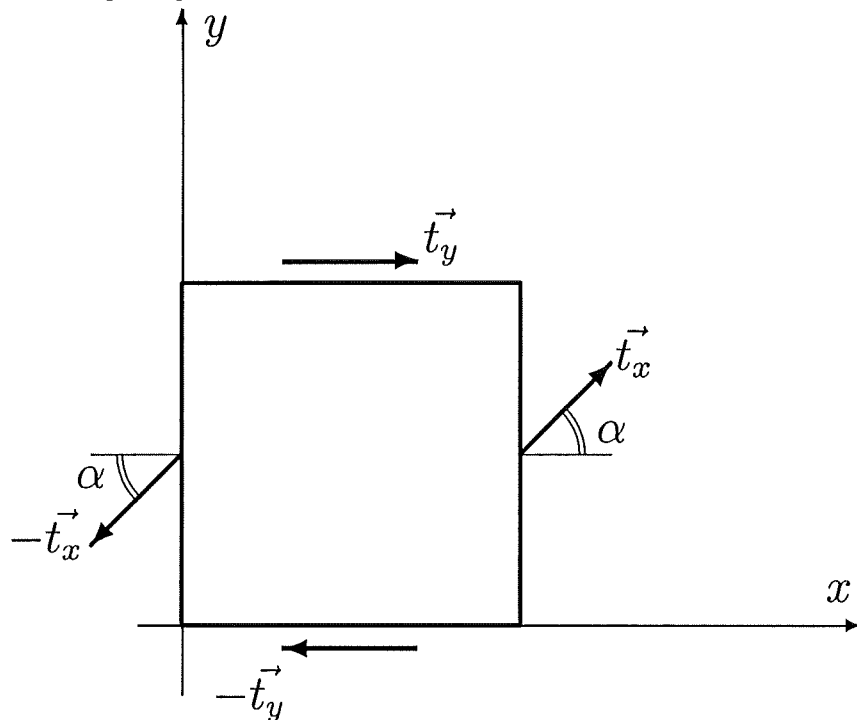
$H_A (\Rightarrow) = \dots\dots\dots 0 \dots\dots\dots$; $V_A (\uparrow) = \dots\dots\dots 4qb \dots\dots\dots$; $M_A (\curvearrowright) = \dots\dots\dots 8qb^2 \dots\dots\dots$;	
$N_{AB} = \dots\dots\dots 0 \dots\dots\dots$; $T_{AB} = \dots\dots\dots 4qb \dots\dots\dots$; $M_{AB} = \dots\dots\dots -8qb^2 + 4qbz_1 \dots\dots\dots$;	
$N_{BC} = \dots\dots\dots 0 \dots\dots\dots$; $T_{BC} = \dots\dots\dots 0 \dots\dots\dots$; $M_{BC} = \dots\dots\dots 0 \dots\dots\dots$;	
$\text{c.c in A} = \dots\dots\dots \begin{cases} v_1(z_1=0) = 0 \\ v_1'(z_1=0) = 0 \end{cases} \dots\dots\dots$;	$\text{c.c in B} = \dots\dots\dots \begin{cases} v_1(z_1=2b) = v_2(z_2=0) \\ v_1'(z_1=2b) = v_2'(z_2=0) \end{cases} \dots\dots\dots$;
$\text{c.c in C} = \dots\dots\dots \text{---} \dots\dots\dots$;	
$v_1(z_1) = \dots\dots\dots \frac{4qb^2z_1^2}{2!} - \frac{2qbz_1^3}{3!} \dots\dots\dots$;	$v_1'(z_1) = \dots\dots\dots \frac{8qb^2z_1}{1!} - \frac{2qbz_1^2}{2!} \dots\dots\dots$;
$v_2(z_2) = \dots\dots\dots \frac{32qb^4}{3!} + 8 \frac{qb^3z_2}{2!} \dots\dots\dots$;	$v_2'(z_2) = \dots\dots\dots \frac{8qb^3}{1!} \dots\dots\dots$;
$v_C = \dots\dots\dots \frac{104}{3} \frac{qb^4}{EI} \text{ (↓)} \dots\dots\dots$;	$\theta_B = \dots\dots\dots + 8 \frac{qb^3}{EI} \text{ (↘)} \dots\dots\dots$;

Esercizio n. 3 (9 punti)

Un elemento di materiale *in condizioni di equilibrio* è soggetto lungo le facce aventi come normali gli assi x e y ai vettori sforzo (piani) \vec{t}_x e \vec{t}_y , rispettivamente; di questi \vec{t}_x è inclinato rispetto all'asse x di un angolo $\alpha = -90^\circ$ (sicché $\cos \alpha = 0$; $\sin \alpha = -1$) e ha modulo di valore $|\vec{t}_x| = 75$ MPa. L'altro vettore sforzo, \vec{t}_y , è invece *orizzontale*, come indicato in Figura.

Si chiede di determinare le componenti σ_x , σ_y e τ_{xy} del tensore degli sforzi, costruire il cerchio di Mohr, determinare gli sforzi principali, σ_1 e σ_2 , e la massima tensione tangenziale, τ_{\max} .

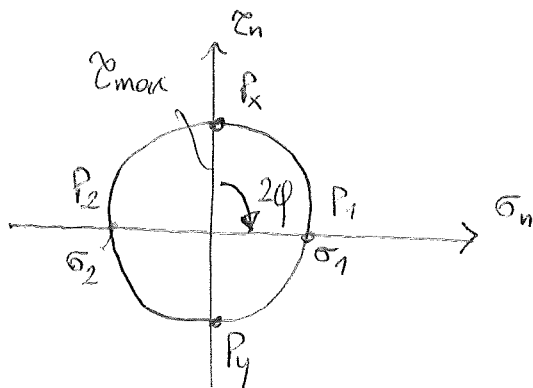
Determinare inoltre quanto vale l'angolo φ formato dall'asse x e dall'asse normale alla faccia sulla quale agisce lo sforzo principale massimo, σ_1 .



$$\sigma_x = 0.0000 \text{ (MPa)}; \sigma_y = 0.0000 \text{ (MPa)}; \tau_{xy} = -75.0000 \text{ (MPa)};$$

$$\sigma_1 = +75.0000 \text{ (MPa)}; \sigma_2 = -75.0000 \text{ (MPa)}; \tau_{\max} = 75.0000 \text{ (MPa)};$$

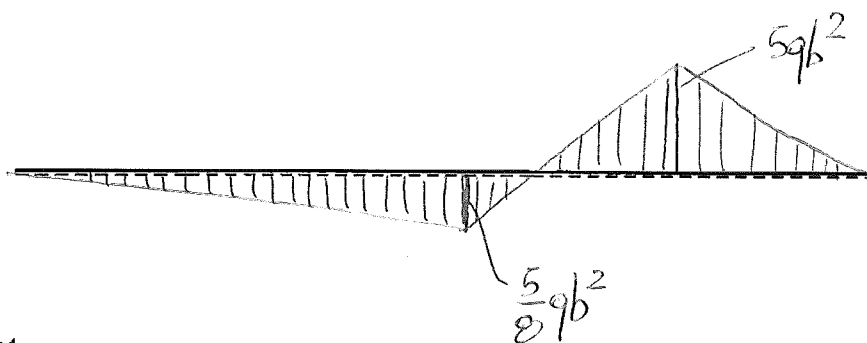
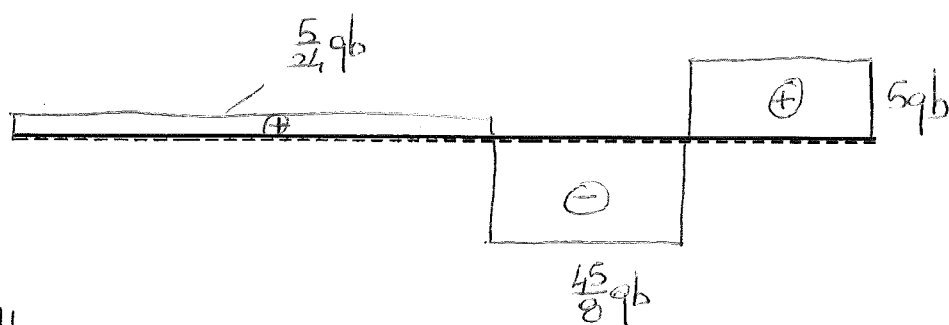
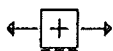
cerchio di Mohr:



$$P_x = (0, +75.0000)$$

$$P_y = (0, -75.0000)$$

$$\varphi = -45.0000 \text{ (}^\circ\text{)};$$



$H_A (\Rightarrow) = -3qb$	$V_A (\uparrow) = \frac{5}{24}qb$	$V_B (\uparrow) = -\frac{35}{6}qb$	$V_C (\uparrow) = \frac{85}{8}qb$	$M_B (\curvearrowright) = \frac{5}{8}qb^2$
$N_{AB} = 3qb$	$T_{AB} = \frac{5}{24}qb$	$M_{AB} = \frac{5}{24}qb^3$		
$N_{CB} = 3qb$	$T_{CB} = -\frac{45}{8}qb$	$M_{CB} = \int -5qb^2 + \frac{45}{8}qb \times 2$		
$N_{DC} = 3qb$	$T_{DC} = 5qb$	$M_{DC} = \int \frac{5}{8}qb^2 - \frac{45}{8}qb \times 4$		
$V_D = -\frac{155}{8}qb$	(\downarrow)	$-5qb \times 3$		

CORSO DI STATICA E SCIENZA DELLE COSTRUZIONI

A.A. 2017-2018

Prova scritta in aula del 03.07.2018

Parte II - Testo 2

CdS Edilizia ☐

CdS AdC ☐

CdS SdA ☐

Nota: I risultati numerici vanno riportati a penna su questo stesso foglio, nei riquadri predisposti; i calcoli (in forma ordinata) vanno allegati sui soli fogli a quadretti che sono stati forniti.

Allievo:.....e-mail:..... Matricola:.....

Esercizio n. 1 (17 punti)

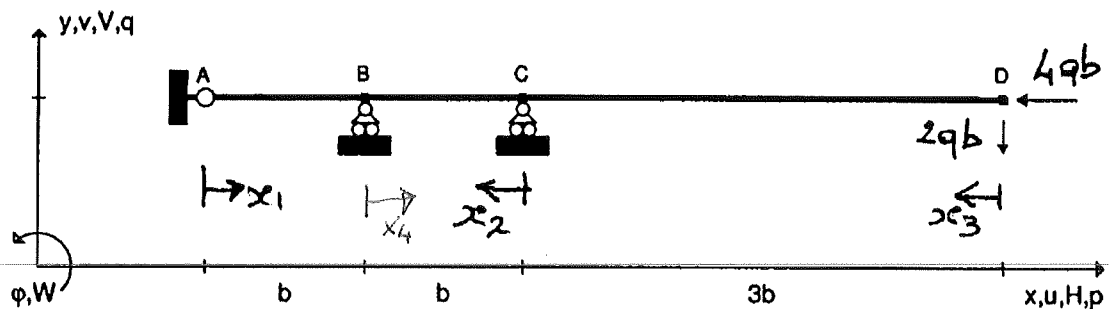
Risolvere mediante il Principio dei Lavori Virtuali (PLV) la struttura iperstatica riportata in Figura, assumendo, come incognita iperstatica, il momento flettente sull'appoggio di continuità B , M_B . Dopo avere determinato l'iperstatica *tenendo conto solo della deformabilità flessionale*, calcolare le reazioni vincolari, le azioni interne e tracciare nello spazio predisposto nella pagina a fronte i corrispondenti grafici.

Calcolare infine, riapplicando il PLV, lo spostamento verticale del punto D , v_D .

Si rammenta che il diagramma del momento flettente va riportato dalla parte delle fibre tese.

Universita' di Cagliari

SdC_SdA 03.07.18*002



Esercizio n. 2 (7 punti)

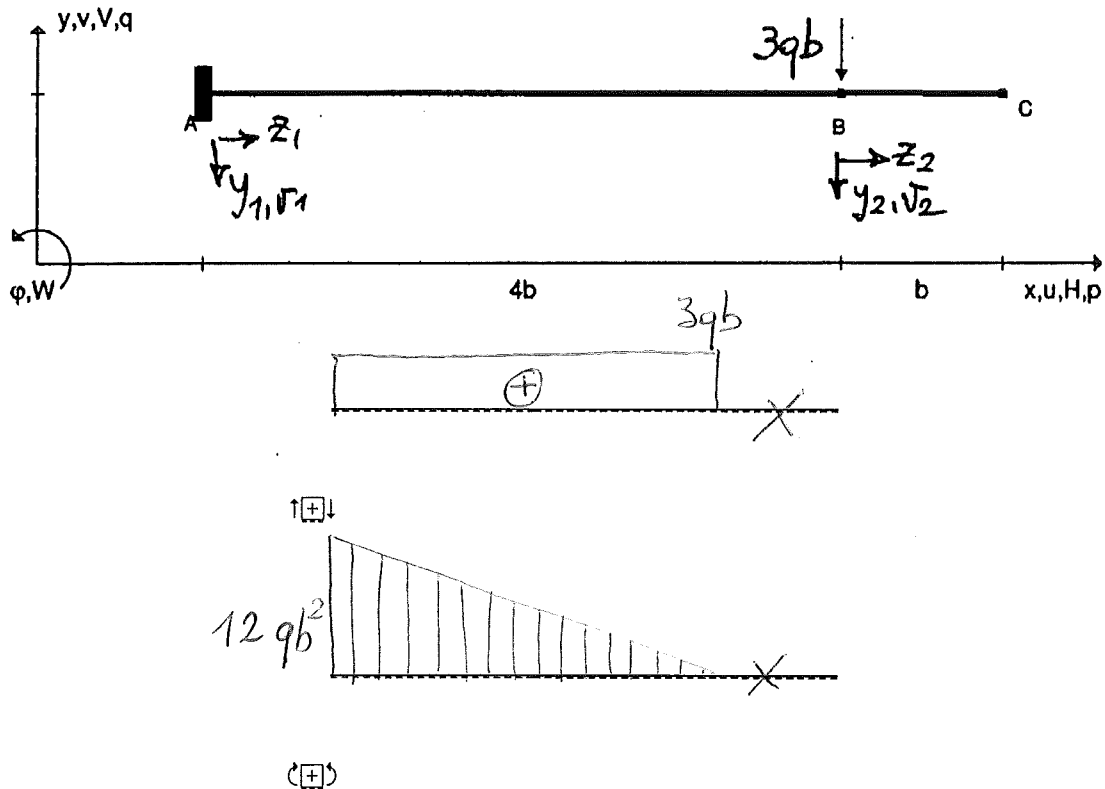
Per la struttura *isostatica*, indicata in Figura, determinare le reazioni vincolari e l'espressione delle azioni interne, nonché le condizioni al contorno imposte dai vincoli nei punti A, B e C.

Utilizzare quindi l'equazione della linea elastica per determinare:

1. La deformata della linea d'asse, $v(z) = v_1(z_1) \cup v_2(z_2)$;
2. La sua derivata prima, $v'(z) = v_1'(z_1) \cup v_2'(z_2)$;
3. Lo spostamento verticale del punto C, v_C ;
4. La rotazione del punto B, θ_B .

Universita' di Cagliari

SdC_SdA 03.07.18*002



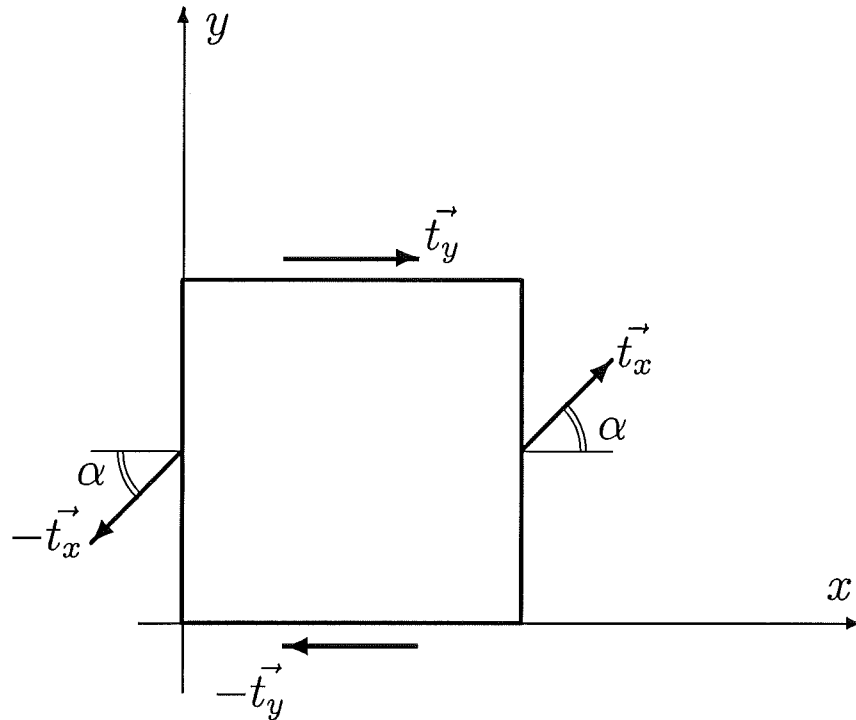
$H_A (\Rightarrow) = 0$		$V_A (\uparrow) = 3qb$		$M_A (\curvearrowright) = 12qb^2$	
$N_{AB} = 0$		$T_{AB} = 3qb$		$M_{AB} = -12qb^2 + 3qbz_1$	
$N_{BC} = 0$		$T_{BC} = 0$		$M_{BC} = 0$	
c.c in A = $\begin{cases} v_1(z_1=0) = 0 \\ v_1'(z_1=0) = 0 \end{cases}$		c.c in B = $\begin{cases} v_1(z_1=4b) = v_2(z_2=0) \\ v_1'(z_1=4b) = v_2'(z_2=0) \end{cases}$		c.c in C = $\begin{cases} v_2(z_2=b) \\ v_2'(z_2=b) \end{cases}$	
$v_1(z_1) = \frac{6qb^2z_1^2}{EI} - \frac{1qbz_1^3}{2EI}$		$v_1'(z_1) = \frac{12qb^2z_1}{EI} - \frac{3qbz_1^2}{2EI}$			
$v_2(z_2) = \frac{64qb^4}{EI} + \frac{24qb^3z_2}{EI}$		$v_2'(z_2) = \frac{24qb^3}{EI}$			
$v_C = +88\frac{qb^4}{EI}$		$\theta_B = +24\frac{qb^3}{EI}$			

Esercizio n. 3 (9 punti)

Un elemento di materiale *in condizioni di equilibrio* è soggetto lungo le facce aventi come normali gli assi x e y ai vettori sforzo (piani) \vec{t}_x e \vec{t}_y , rispettivamente; di questi \vec{t}_x è inclinato rispetto all'asse x di un angolo $\alpha = +90^\circ$ (sicché $\cos \alpha = 0$; $\sin \alpha = +1$) e ha modulo di valore $|\vec{t}_x| = 105$ MPa. L'altro vettore sforzo, \vec{t}_y , è invece *orizzontale*, come indicato in Figura.

Si chiede di determinare le componenti σ_x , σ_y e τ_{xy} del tensore degli sforzi, costruire il cerchio di Mohr, determinare gli sforzi principali, σ_1 e σ_2 , e la massima tensione tangenziale, τ_{\max} .

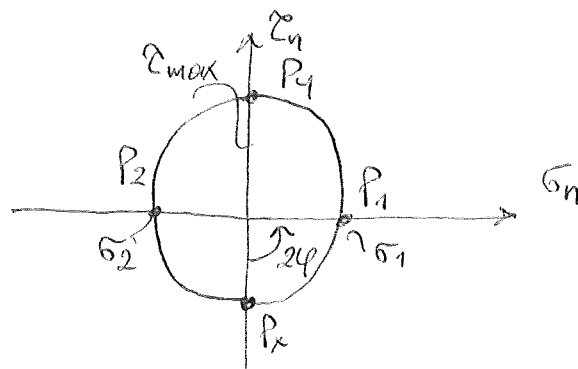
Determinare inoltre quanto vale l'angolo φ formato dall'asse x e dall'asse normale alla faccia sulla quale agisce lo sforzo principale massimo, σ_1 .



$$\sigma_x = 0.0000 \text{ (MPa)}; \sigma_y = 0.0000 \text{ (MPa)}; \tau_{xy} = 105.0000 \text{ (MPa)};$$

$$\sigma_1 = +105.0000 \text{ (MPa)}; \sigma_2 = -105.0000 \text{ (MPa)}; \tau_{\max} = 105.0000 \text{ (MPa)};$$

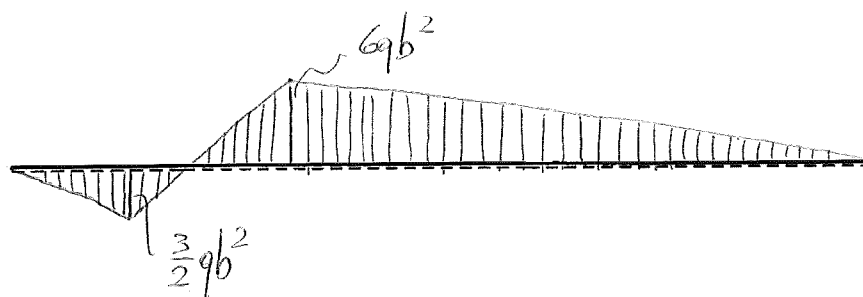
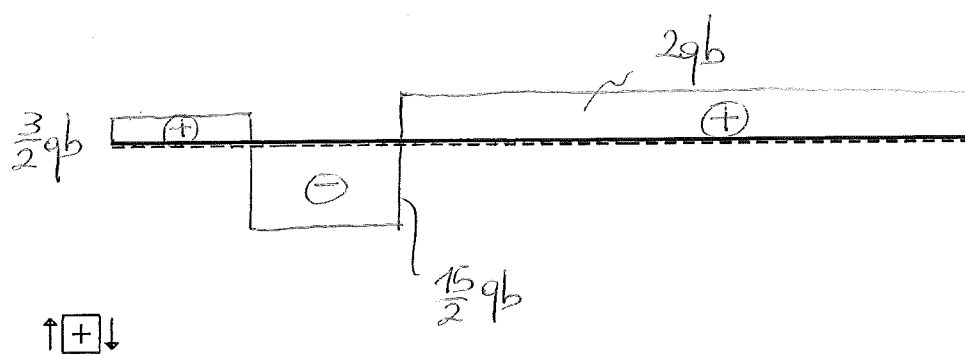
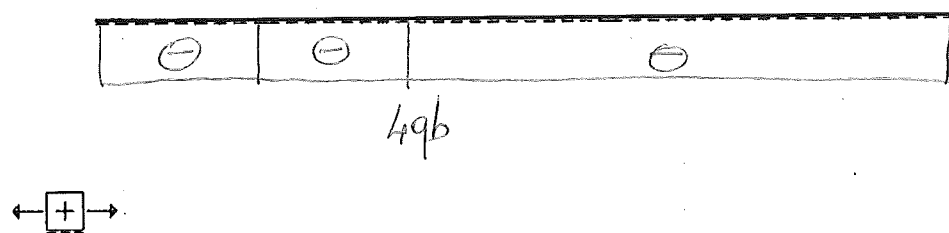
cerchio di Mohr:



$$P_x \equiv (0, -105.0000)$$

$$P_y \equiv (0, +105.0000)$$

$$\varphi = +45.0000 \text{ (}^\circ\text{)};$$



$H_A (\Rightarrow) = 4qb$	$V_A (\uparrow) = \frac{3}{2}qb$	$V_B (\uparrow) = -qb$	$V_C (\uparrow) = \frac{19}{2}qb$	$M_B (\curvearrowright) = \frac{3}{2}qb^2$
$N_{AB} = -4qb$	$T_{AB} = \frac{3}{2}qb$	$M_{AB} = \frac{3}{2}qb^2$		
$N_{CB} = -4qb$	$T_{CB} = -\frac{15}{2}qb$	$M_{CB} = \int -6qb^2 + \frac{15}{2}qb^2$		
$N_{DC} = -4qb$	$T_{DC} = 2qb$	$M_{DC} = \frac{3}{2}qb^2 - \frac{15}{2}qb^2$		
$v_D = -\frac{93}{4} \frac{qb^4}{15}$				